

ESERCITAZIONI DI ANALISI MATEMATICA 1

INGEGNERIA EDILE-ARCHITETTURA – PROF. A. BONFIGLIOLI

Foglio 9 - Trasformazioni elementari sui grafici di funzione

► **Esercizio 1.** Dimostrare (graficamente) che il grafico delle seguenti funzioni non cambia né mediante la trasformazione elementare $f(x) \rightsquigarrow f(-x)$, né mediante la trasformazione elementare $f(x) \rightsquigarrow f(|x|)$. Perché accade ciò?

[Perché le funzioni di cui sotto sono **pari**: una funzione si dice pari se $f(-x) = f(x)$ per ogni x nel suo dominio (che si assume essere un insieme “simmetrico rispetto alla origine”).]

1. $|x|$
2. $\cos x$
3. x^2
4. $x^2 + |x| - 2$

[Disegnare prima il grafico di $x^2 + x - 2$ (riconoscendo che è una parabola nel piano) ed applicarvi la trasformazione elementare $f(x) \rightsquigarrow f(|x|)$ per ottenere il grafico di $x^2 + |x| - 2$.]

► **Esercizio 2.** Si risolvano i seguenti esercizi:

- (a) Applicare la trasformazione elementare $f(x) \rightsquigarrow f(-x)$ alle seguenti funzioni;
- (b) applicare la trasformazione elementare $f(x) \rightsquigarrow -f(x)$ alle seguenti funzioni;
- (c) riconoscere che i grafici ottenuti in (a) e (b) coincidono: perché accade ciò?

[Perché le funzioni di cui sotto sono **dispari**: una funzione si dice dispari se $f(-x) = -f(x)$ per ogni x nel suo dominio (che si assume essere un insieme “simmetrico rispetto alla origine”).]

1. x
2. $\sin x$
3. $\operatorname{tg} x$
4. x^3

Dimostrare inoltre che il grafico di queste funzioni coincide con quello che si ottiene applicando assieme una dopo l'altra le trasformazioni $f(x) \rightsquigarrow f(-x)$ e $f(x) \rightsquigarrow -f(x)$.

► **Esercizio 3.** Mediante l'uso esclusivo delle trasformazioni elementari viste a Lezione, tracciare il grafico della funzione

$$e^{-x+2}$$

a partire dal grafico di e^x . Osservare che lo stesso risultato si ottiene utilizzando le trasformazioni elementari

$$f(x) \rightsquigarrow f(x+2), \quad \text{e poi} \quad f(x) \rightsquigarrow f(-x),$$

oppure le seguenti

$$f(x) \rightsquigarrow f(-x), \quad \text{e poi} \quad f(x) \rightsquigarrow f(x-2).$$

► **Esercizio 4.** Disegnare il grafico della funzione

$$|1 - |x|| - 2$$

seguendo le seguenti trasformazioni elementari:¹

$$x \xrightarrow{-f(x)} -x \xrightarrow{f(x)+1} 1-x \xrightarrow{|f(x)|} |1-x| \xrightarrow{f(x)-2} |1-x|-2 \xrightarrow{f(|x|)} |1-|x|| - 2.$$

Dimostrare che si ottiene lo stesso grafico mediante

$$x \xrightarrow{|f(x)|} |x| \xrightarrow{-f(x)} -|x| \xrightarrow{f(x)+1} 1-|x| \xrightarrow{|f(x)|} |1-|x|| \xrightarrow{f(x)-2} |1-|x|| - 2.$$

Dimostrare che si ottiene lo stesso grafico anche mediante

$$x \xrightarrow{f(x+1)} x+1 \xrightarrow{f(-x)} -x+1 \xrightarrow{f(|x|)} -|x|+1 \xrightarrow{|f(x)|} |-|x|+1| \xrightarrow{f(x)-2} |-|x|+1| - 2.$$

Dimostrare che si ottiene lo stesso grafico anche mediante

$$x \xrightarrow{f(x-1)} x-1 \xrightarrow{-f(x)} -x+1 \xrightarrow{|f(x)|} |-x+1| \xrightarrow{f(|x|)} |-|x|+1| \xrightarrow{f(x)-2} |-|x|+1| - 2.$$

Qualche variante: disegnare i grafici delle seguenti funzioni (lineari a tratti) trovando, eventualmente, qualche modo alternativo per ottenere la stessa funzione:

1. $-|-x+4|$
2. $||-2-x|-1|$
3. $-|3-|x||$
4. $|||x|-1|-2|$

► **Esercizio 5.** Mediante l'uso esclusivo delle trasformazioni elementari viste a Lezione, tracciare il grafico delle seguenti funzioni:

1. $|(x-3)^2-1|$ [a partire da x^2 ; Figura 1]
2. $-(|(x+3)^2-1|+2)$ [a partire da x^2 ; Figura 2]
3. $e^{|x|-1}-2$ [a partire da e^x ; Figura 3]
4. $-\log_{1/2}(-x+2)$ [a partire da $\log_{1/2} x$; Figura 4]
5. $|\arctg(|x|-1)|$ [a partire da $\arctg x$; Figura 5]
6. $-||x+1|-2|$ [a partire da x ; Figura 6]
7. $-|x^2-1|-1$ [a partire da x^2 ; Figura 7]
8. $|- \log |x| + 1| - 1$ [a partire da $\log x$; Figura 8]

¹Usiamo la seguente notazione: col simbolo

$$f_1(x) \xrightarrow{F(x)} f_2(x)$$

intendiamo che il grafico di $f_2(x)$ è stato ottenuto da quello di $f_1(x)$ mediante la trasformazione elementare che trasforma una generica funzione $f(x)$ in $F(x)$.

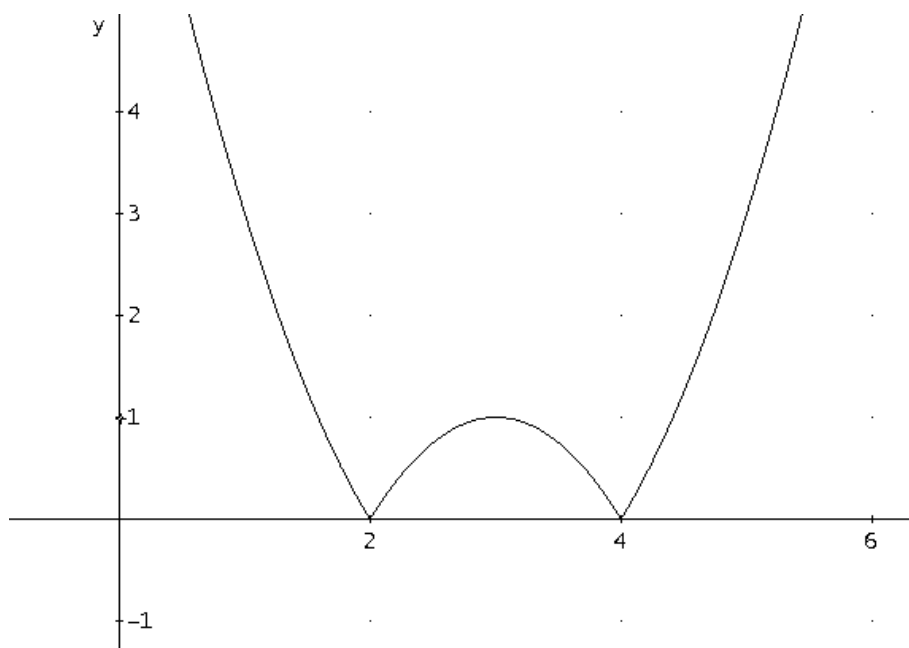


Figura 1: Grafico della funzione nel n.1

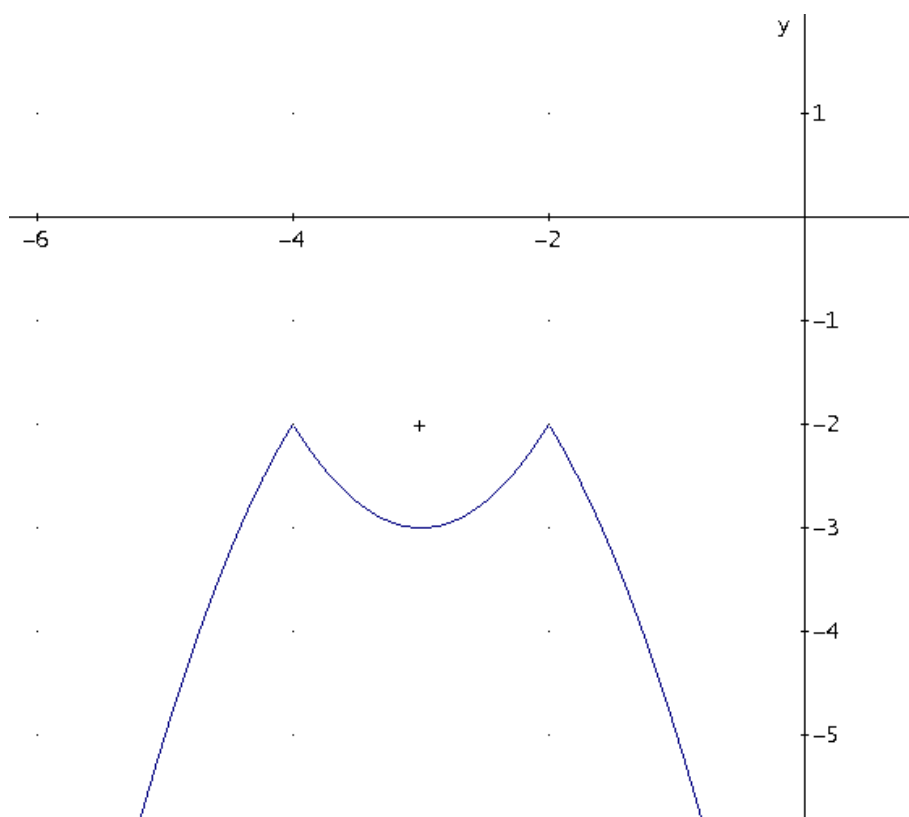


Figura 2: Grafico della funzione nel n.2

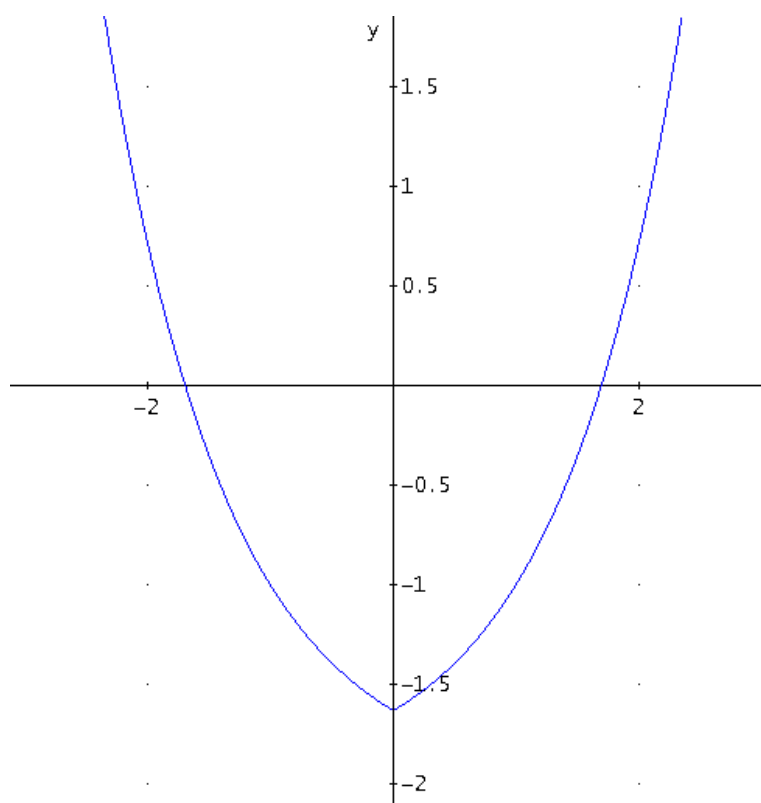


Figura 3: Grafico della funzione nel n.3

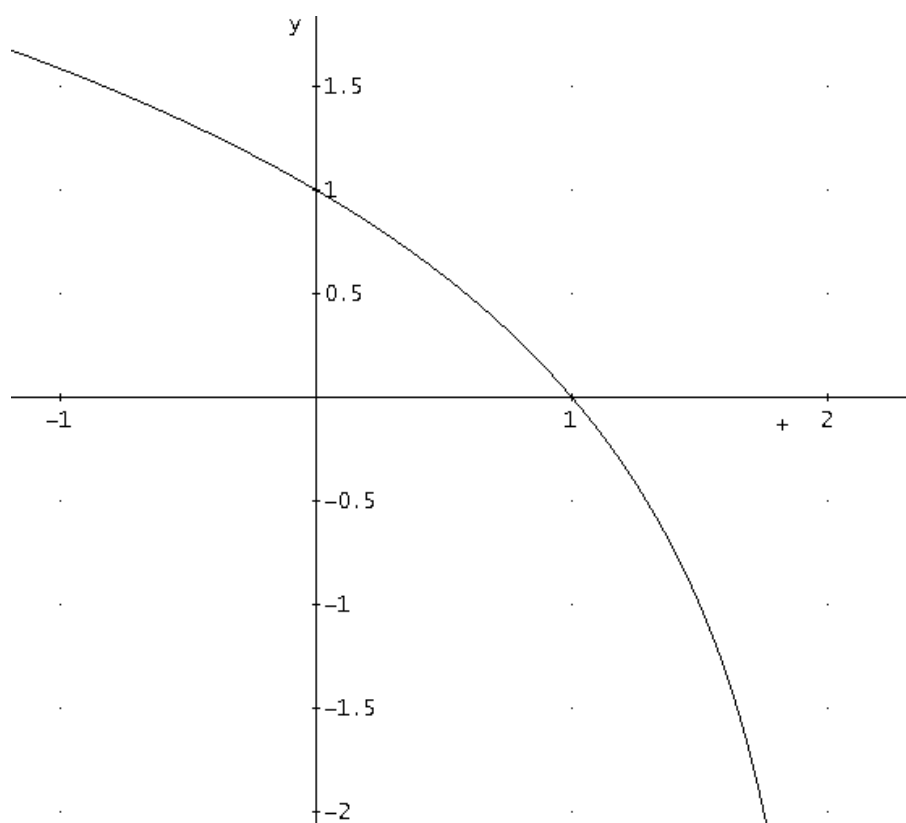


Figura 4: Grafico della funzione nel n.4

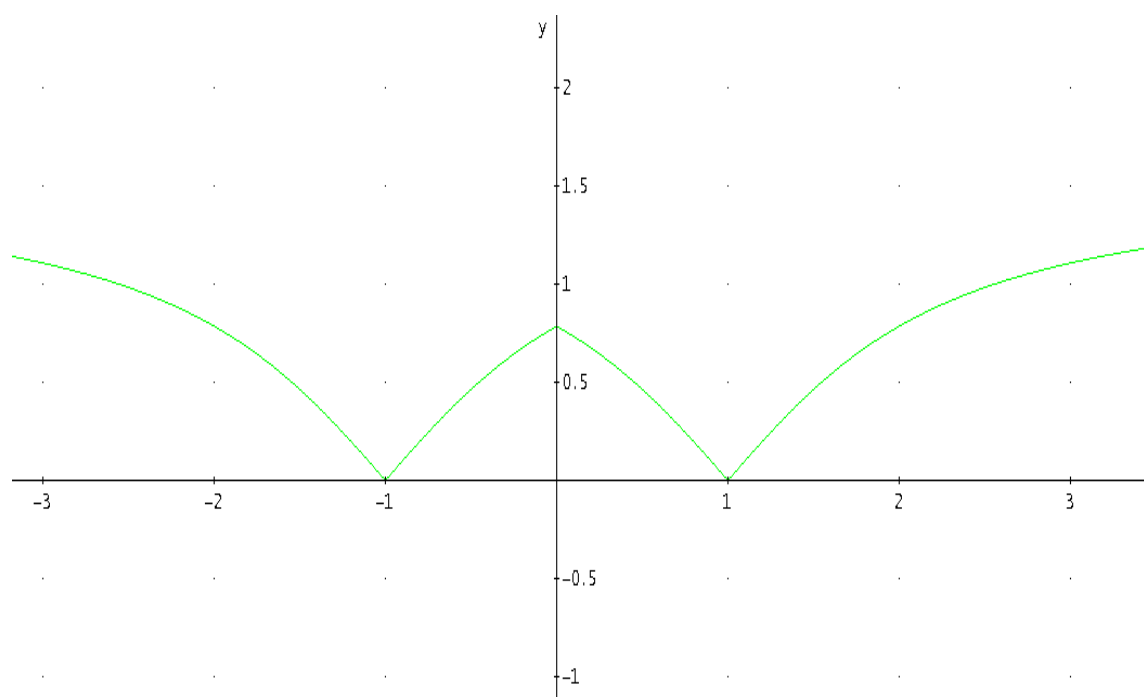


Figura 5: Grafico della funzione nel n.5

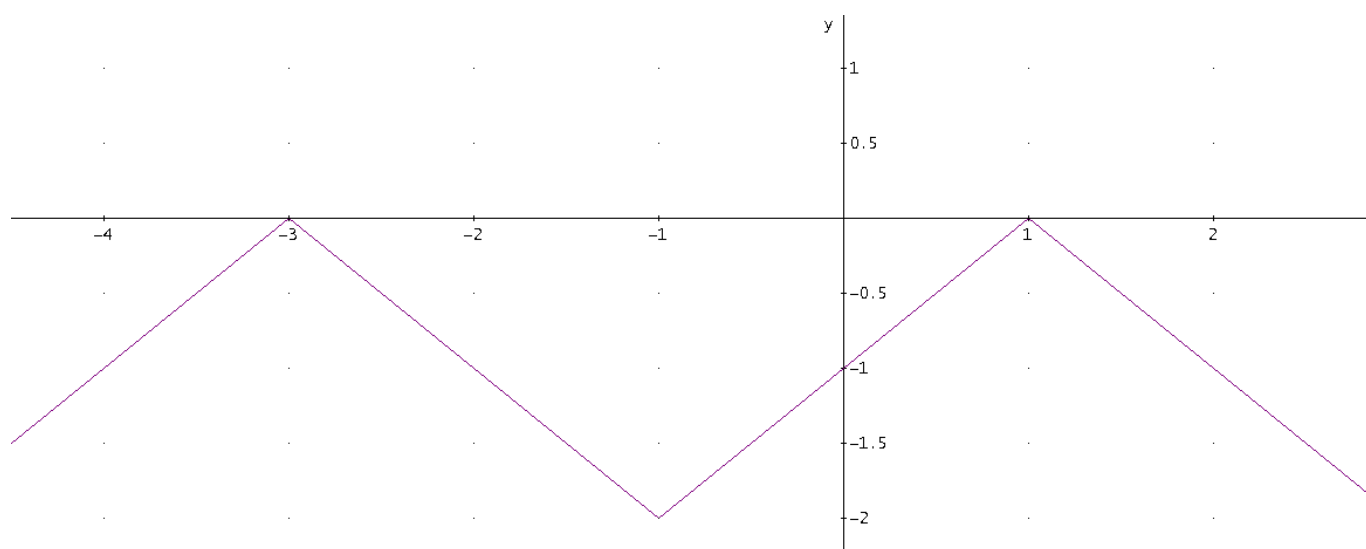


Figura 6: Grafico della funzione nel n.6

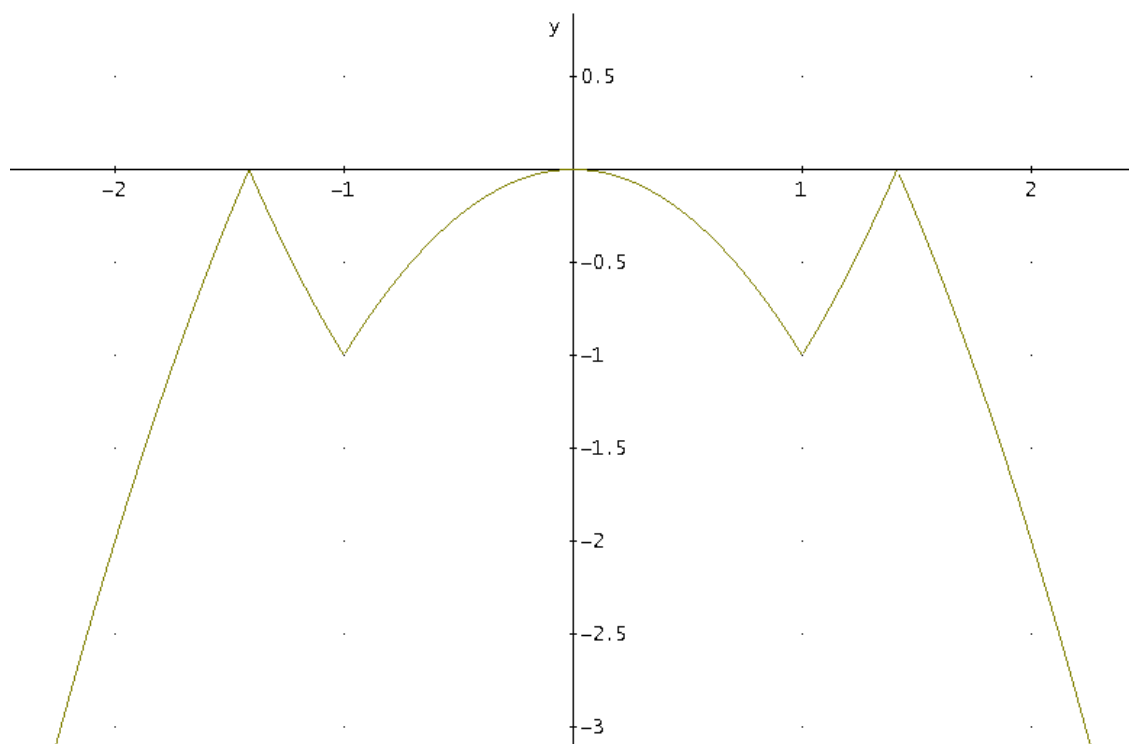


Figura 7: Grafico della funzione nel n.7

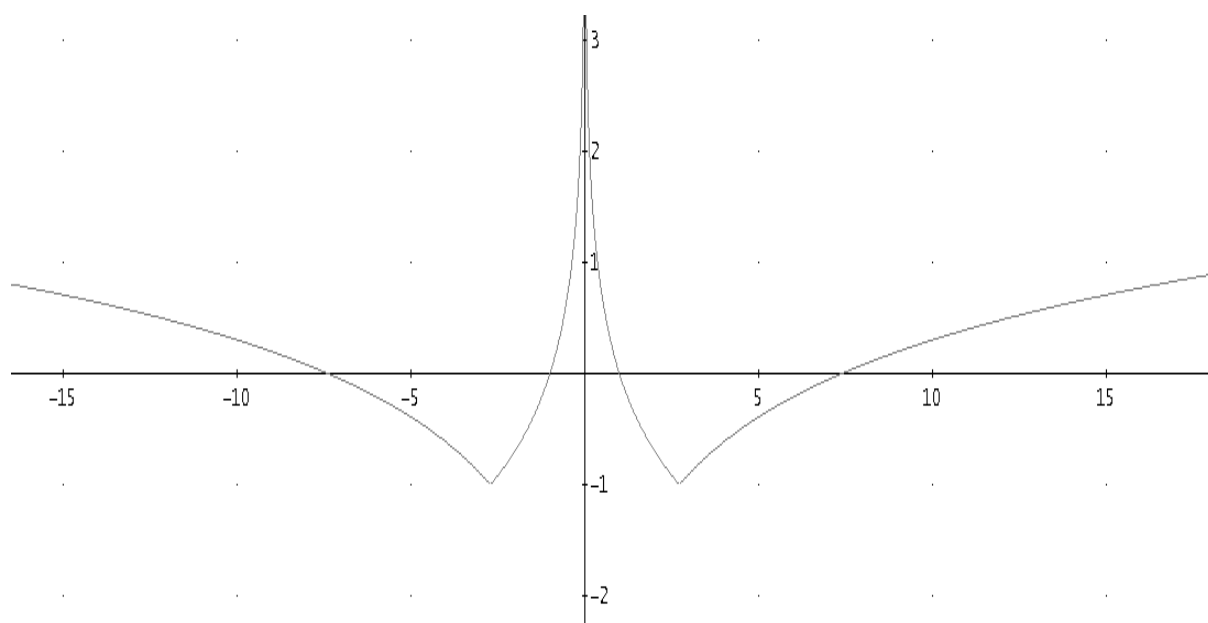


Figura 8: Grafico della funzione nel n.8